

МИНОБРНАУКИ РОССИИ



Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Российский государственный гуманитарный университет»  
**ФГАОУ ВО «РГГУ»**

ИНСТИТУТ ИНФОРМАЦИОННЫХ НАУК И ТЕХНОЛОГИЙ БЕЗОПАСНОСТИ  
Факультет информационных систем и безопасности  
Кафедра фундаментальной и прикладной математики

**ВВЕДЕНИЕ В НЕКОММУТАТИВНЫЙ АНАЛИЗ  
И ЕГО ПРИЛОЖЕНИЯ**

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Прикладная математика (бакалавриат) 01.03.04

**Математические основы искусственного интеллекта**

Уровень квалификации выпускника (бакалавр)

Форма обучения (очная)

РПД адаптирована для лиц  
с ограниченными возможностями  
здоровья и инвалидов

**Москва 2026**

*ВВЕДЕНИЕ В НЕКОММУТАТИВНЫЙ АНАЛИЗ И ЕГО ПРИЛОЖЕНИЯ*

Рабочая программа дисциплины

Составители:

Д. ф.-м. н., профессор, профессор кафедры фундаментальной и прикладной математики

*В.М. Максимов*

УТВЕРЖДЕНО

Протокол заседания кафедры

фундаментальной и прикладной математики

№ 5 от 19.12.2025

## ОГЛАВЛЕНИЕ

1.	<u>Пояснительная записка</u> .....	4
1.1.	<u>Цель и задачи дисциплины</u> .....	4
1.2.	<u>Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций</u> .....	4
1.3.	<u>Место дисциплины в структуре образовательной программы</u> .....	4
2.	<u>Структура дисциплины</u> .....	4
3.	<u>Содержание дисциплины</u> .....	5
4.	<u>Образовательные технологии</u> .....	5
5.	<u>Оценка планируемых результатов обучения</u> .....	6
5.1.	<u>Система оценивания</u> .....	6
5.2.	<u>Критерии выставления оценки по дисциплине</u> .....	6
5.3.	<u>Оценочные средства (материалы) для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине</u> .....	7
6.	<u>Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины</u> .....	10
6.1.	<u>Список источников и литературы</u> .....	10
6.2.	<u>Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»</u> .....	10
6.3.	<u>Профессиональные базы данных и информационно-справочные системы</u> .....	10
7.	<u>Материально-техническое обеспечение дисциплины</u> .....	10
8.	<u>Обеспечение образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов</u> .....	11
9.	<u>Методические материалы</u> .....	12
9.1.	<u>Планы практических занятий</u> .....	12
9.2.	<u>Методические рекомендации по подготовке письменных работ</u> .....	16
	<u>Приложение 1. Аннотация рабочей программы дисциплины</u> .....	17

## 1. Пояснительная записка

### 1.1. Цель и задачи дисциплины

**Цель дисциплины:** ознакомление студентов с различными направлениями и методологией классической математики; обучение их теории и практике применения методов нестандартного анализа в классической математике.

**Задачи дисциплины:** изучение конечного операторного исчисления G.C. Rota, которое объясняет с алгебраической точки зрения многие вопросы анализа, рассмотрение обобщения этой концепции на конечномерный случай и в частности возможности представлений алгебр линейных операторов различными алгебраическими конструкциями

### 1.2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

Компетенция (код и наименование)	Индикаторы компетенций (код и наименование)	Результаты обучения
ПК-2. Способен выделять, формулировать возникающие в результате самостоятельной научной деятельности или деятельности научных, производственных, административных учреждений задачи или подзадачи для решения текущих проблем	ПК-2.1. Владеет навыками работы с информационными системами	<i>Знать:</i> основные алгебраические тождества и алгебраические методы; <i>Уметь:</i> применять операторный метод к исследованию конкретных математических проблем и приложений; <i>Владеть:</i> навыками работы с современной математической литературой.

### 1.3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Введение в некоммутативный анализ и его приложения» относится к части, формируемой участниками образовательных отношений блока дисциплин учебного плана.

Для освоения дисциплины необходимы знания, умения и владения, сформированные в ходе изучения следующих дисциплин (модулей): «Общая алгебра и теория чисел», «Математический анализ», «Линейная алгебра».

В результате освоения дисциплины формируются знания, умения и владения, необходимые для прохождения практик: Производственная практика (Научно-исследовательская работа).

## 2. Структура дисциплины

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 3 з.е., 108 академических часов.

### Структура дисциплины для очной формы обучения

Объем дисциплины в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении учебных занятий:

Семестр	Тип учебных занятий	Количество часов

6	Лекции	18
6	Практические занятия	24
Всего:		42

Объем дисциплины в форме самостоятельной работы обучающихся составляет 66 академических часов.

### 3. Содержание дисциплины

#### **Тема 1. Линейные операторы на кольцах многочленов от одной переменной. Предварительное алгебраическое введение**

Понятие алгебр над полем. Свободные алгебры. Алгебры линейных операторов. Образующие алгебры. Линейный базис. Отображения счетно линейного пространства в себя. Теорема о несчетности образующих алгебр всех таких отображений. Понятие о косых алгебрах Ore.

#### **Тема 2. Понижающие и повышающие операторы**

Операторные алгебры в пространствах полиномов. Основные операторы  $0, 1, X, D, \bar{D}, J, V_0, V_1$ . Алгебра Вейля. Алгебры, порожденные парами операторов  $D, \bar{D}$  и  $X, J$ . Сплетающиеся операторы. Представление равенств в алгебре Вейля целочисленными тождествами.

#### **Тема 3. Операторы дифференцирования**

Представление операторов рядами по степеням понижающих операторов. Применение к разложению линейных операторов на полиномах. Примеры

#### **Тема 4. Теорема разложения линейных операторов. Повышающие и понижающие операторы в множестве с центральным частичным порядком**

Теорема Вискова. Полиномы Шеффера.

#### **Тема 5. Теорема о характеристике кольца операторов, порожденного понижающим оператором**

Теорема о разложении оператора сдвига по различным понижающим операторам. Нарастивание по степеням  $D$  разностного оператора и других. Обобщенные базисные полиномы, соответствующие понижающим операторам.

#### **Тема 6. Полиномы шифры и другие специальные полиномы. Теорема о характеристике алгебры, порожденной понижающим оператором**

Разложение функций по таким полиномам. Алгебраический смысл остаточного члена.

#### **Тема 7. Алгебры порожденные понижающим и повышающим оператором. Исчисление сдвиг — инвариантных операторов и его приложений.**

#### **Тема 8. Приложения к анализу. Теория операторов разделенной разности. $q$ -анализ**

Оператор сдвига для оператора  $\bar{D}$ . Разложение в алгебре  $A(\bar{D})$ . Некоторые образующие в этой алгебре. Оператор  $D_q$ ,  $q$ -базисные полиномы и операторы  $J_q$  -  $q$  интегрирования. Приложение к решению  $q$ -разностных уравнений.

### 4. Образовательные технологии

Для проведения *занятий лекционного типа* по дисциплине применяются такие образовательные технологии как лекция-визуализация с применением слайд-проектора.

Для проведения *практических занятий* используются такие образовательные технологии как: решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков, развернутая беседа с обсуждением доклада.

В рамках *самостоятельной работы* студентов проводится консультирование и проверка домашних заданий посредством электронной почты.

В период временного приостановления посещения обучающимися помещений и территории РГГУ для организации учебного процесса с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий могут быть использованы следующие образовательные технологии:

- видео-лекции;
- онлайн-лекции в режиме реального времени;
- электронные учебники, учебные пособия, научные издания в электронном виде и доступ к иным электронным образовательным ресурсам;
- системы для электронного тестирования;
- консультации с использованием телекоммуникационных средств.

## 5. Оценка планируемых результатов обучения

### 5.1 Система оценивания

Форма контроля	Макс. количество баллов	
	За одну работу	Всего
Текущий контроль:		
- опрос	5 баллов	20 баллов
- доклады, рефераты	5 баллов	10 баллов
- коллоквиум	10 баллов	10 баллов
- контрольная работа (темы 1-3)	5 баллов	5 баллов
- РГР (темы 1-8)	15 баллов	15 баллов
Промежуточная аттестация – экзамен (Экзамен по билетам)		40 баллов
Итого за семестр		100 баллов

Полученный совокупный результат конвертируется в традиционную шкалу оценок и в шкалу оценок Европейской системы переноса и накопления кредитов (European Credit Transfer System; далее – ECTS) в соответствии с таблицей:

100-балльная шкала	Традиционная шкала	Шкала ECTS	
95 – 100	Отлично	A	
83 – 94		B	
68 – 82	Хорошо	зачтено	
56 – 67	Удовлетворительно		C
50 – 55			D
20 – 49	Неудовлетворительно	E	
0 – 19		не зачтено	FX
		F	

### 5.2 Критерии выставления оценки по дисциплине

Баллы/ Шкала ECTS	Оценка по дисциплине	Критерии оценки результатов обучения по дисциплине

Баллы/ Шкала ECTS	Оценка по дисциплине	Критерии оценки результатов обучения по дисциплине
100-83/ A,B	отлично	<p>Выставляется обучающемуся, если он глубоко и прочно усвоил теоретический и практический материал, может продемонстрировать это на занятиях и в ходе промежуточной аттестации.</p> <p>Обучающийся исчерпывающе и логически стройно излагает учебный материал, умеет увязывать теорию с практикой, справляется с решением задач профессиональной направленности высокого уровня сложности, правильно обосновывает принятые решения.</p> <p>Свободно ориентируется в учебной и профессиональной литературе.</p> <p>Оценка по дисциплине выставляется обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.</p> <p>Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «высокий».</p>
82-68/ C	хорошо	<p>Выставляется обучающемуся, если он знает теоретический и практический материал, грамотно и по существу излагает его на занятиях и в ходе промежуточной аттестации, не допуская существенных неточностей.</p> <p>Обучающийся правильно применяет теоретические положения при решении практических задач профессиональной направленности разного уровня сложности, владеет необходимыми для этого навыками и приёмами.</p> <p>Достаточно хорошо ориентируется в учебной и профессиональной литературе.</p> <p>Оценка по дисциплине выставляется обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.</p> <p>Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «хороший».</p>
67-50/ D,E	удовлетво- рительно	<p>Выставляется обучающемуся, если он знает на базовом уровне теоретический и практический материал, допускает отдельные ошибки при его изложении на занятиях и в ходе промежуточной аттестации.</p> <p>Обучающийся испытывает определённые затруднения в применении теоретических положений при решении практических задач профессиональной направленности стандартного уровня сложности, владеет необходимыми для этого базовыми навыками и приёмами.</p> <p>Демонстрирует достаточный уровень знания учебной литературы по дисциплине.</p> <p>Оценка по дисциплине выставляется обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.</p> <p>Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «достаточный».</p>
49-0/ F,FX	неудовлет- ворительно	<p>Выставляется обучающемуся, если он не знает на базовом уровне теоретический и практический материал, допускает грубые ошибки при его изложении на занятиях и в ходе промежуточной аттестации.</p> <p>Обучающийся испытывает серьёзные затруднения в применении теоретических положений при решении практических задач профессиональной направленности стандартного уровня сложности, не владеет необходимыми для этого навыками и приёмами.</p> <p>Демонстрирует фрагментарные знания учебной литературы по дисциплине.</p> <p>Оценка по дисциплине выставляется обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.</p> <p>Компетенции на уровне «достаточный», закреплённые за дисциплиной, не сформированы.</p>

### 5.3 Оценочные средства (материалы) для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

#### Текущий контроль

#### *Примерные темы рефератов, докладов:*

1. Джан Карло Рота: основные идеи в геометрии.
2. Джан Карло Рота: основные идеи в анализе.
3. Вероятность по Джану Карлу Рота.

**Список примерных вопросов к коллоквиуму:**

1. Модули над конечными полями.
2. Эндоморфизмы колец.
3. Гомоморфизм алгебр, основная теорема.
4. Теорема о характеристизации алгебры, порожденной понижающим оператором.
5. Теория операторов разделенной разности.  $q$ -анализ.

**Примерные задания для контрольной работы:**

- 1.1. Пусть матрица  $B$  получена из матрицы  $A$  прибавлением к  $i$ -й строке  $j$ -й строки, умноженной слева на  $\lambda$ , причём  $i \neq j$ . Докажите, что матрица  $B^{-1}$  получена из матрицы  $A^{-1}$  вычитанием из  $j$ -го столбца  $i$ -го столбца, умноженного справа на  $\lambda$ .
- 1.2. Докажите, что треугольная матрица с элементами из некоммутативного тела невырожденная тогда и только тогда, когда все её диагональные элементы ненулевые
- 1.3. Докажите, что диагональные элементы матрицы  $A$  принадлежат её числовому образу  $W(A)$ .
- 1.4. Пусть  $A = \begin{pmatrix} \alpha & -t \\ \zeta t & 0 \end{pmatrix}$ . Вычислите  $e^A$ .
- 1.5. а) Докажите, что если  $[A, B] = 0$ , то  $e^{A+B} = e^A e^B$ .  
б) Докажите, что если  $e^{(A+B)t} = e^{At} e^{Bt}$  при всех  $t$ , то  $[A, B] = 0$ .
- 1.6. Докажите, что для любой унитарной матрицы  $U$  существует такая эрмитова матрица  $H$ , что  $U = e^{iH}$ .

**Примерные задания для РГР:**

- 1.1. Пусть  $A$  — матрица размера  $m \times n$ , где  $m < n$ . Докажите, что существует ненулевой вектор-столбец  $x$ , для которого  $Ax = 0$ .
- 1.2. Докажите, что матрица  $A$  регулярна слева (т.е. из равенства  $XA = 0$  всегда следует, что  $X = 0$ ) тогда и только тогда, когда у неё есть правая обратная матрица  $B$  (для которой  $AB = I$ ).
- 1.3. Левый строчный ранг матрицы  $A$  порядка  $n$  равен  $r$ . Докажите, что матрицу  $B$  порядка  $n$  можно выбрать так, чтобы её левый строчный ранг был бы равен  $n-r$  и матрица  $A + B$  была бы невырожденной.
- 2.1. Докажите, что левыми собственными значениями треугольной матрицы  $A$  являются её диагональные элементы и только они.
- 2.2. Докажите, что кватернионная матрица  $A = \begin{pmatrix} \alpha i & j \\ \zeta & i \end{pmatrix}$  нильпотентна, но у неё есть ненулевое левое собственное значение. б) Докажите что кватернионная матрица  $B = \begin{pmatrix} \alpha i & i \\ \zeta i & -j \end{pmatrix}$  не нильпотентна, но её единственное левое значение равно 0.

3.1. Пусть  $X = \begin{pmatrix} \mathfrak{A} & -B \\ \mathfrak{C} & A \end{pmatrix}$  — комплексная матрица, соответствующая гиперэрмитовой

матрице  $A + jB$ , и  $J = \begin{pmatrix} I_n & 0 \\ 0 & -I_m \end{pmatrix}$ . Докажите, что матрица  $JX$  кососимметрическая.

### Промежуточная аттестация

#### Примерные контрольные вопросы по курсу:

1. Линейные операторы на кольцах многочленов от одной переменной.
2. Предварительное алгебраическое введение.
3. Понятие алгебр над полем.
4. Свободные алгебры. Алгебры линейных операторов.
5. Образующие алгебры.
6. Линейный базис.
7. Отображения счетно линейного пространства в себя.
8. Теорема о несчетности образующих алгебр всех таких отображений.
9. Понятие о косых алгебрах Оре.
10. Понижающие и повышающие операторы.
11. Операторные алгебры в пространствах полиномов.
12. Основные операторы  $0, 1, X, D, \overline{D}, J, V_0, V_1$ .
13. Алгебра Вейля.
14. Алгебры, порождаемые парами операторов  $D, \overline{D}$  и  $X, J$ .
15. Сплетающиеся операторы. Представление равенств в алгебре Вейля целочисленными тождествами.
16. Операторы дифференцирования.
17. Представление операторов рядами по степеням понижающих операторов.
18. Применение к разложению линейных операторов на полиномах.
19. Теорема разложения линейных операторов. Повышающие и понижающие операторы в множестве с центральным частичным порядком.
20. Теорема Вискова.
21. Полиномы Шеффера.
22. Теорема о характеристике кольца операторов, порожденного понижающим оператором.
23. Теорема о разложении оператора сдвига по различным понижающим операторам.
24. Нарращивание по степеням  $D$  разностного оператора и других.
25. Обобщенные базисные полиномы, соответствующие понижающим операторам.
26. Полиномы шифры и другие специальные полиномы.
27. Теорема о характеристике алгебры, порожденной понижающим оператором.
28. Разложение функций по таким полиномам. Алгебраический смысл остаточного члена.
29. Алгебры порожденные понижающим и повышающим оператором.
30. Исчисление сдвиг — инвариантных операторов и его приложений.
31. Теория операторов разделенной разности.  $q$ -анализ.
32. Оператор сдвига для оператора  $\overline{D}$ .
33. Разложение в алгебре  $A(\overline{D})$ .
34. Некоторые образующие в этой алгебре. Оператор  $D_q$ ,  $q$ -базисные полиномы и операторы  $J_q$  -  $q$  интегрирования.
35. Приложение к решению  $q$ -разностных уравнений.

## 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### 6.1 Список источников и литературы

#### Литература

##### Основная

1. Применко Э. А. Алгебраические основы криптографии в задачах и упражнениях: учебное пособие: для студентов, обучающихся по направлениям подготовки: "Информационная безопасность" (квалификация "бакалавр", "магистр", "специалист") / Применко Э. А., Борисов А. В.; [МГУ, Фак. вычисл. математики и кибернетики]. - Москва: Курс, 2018. - 100 с.
2. Применко Э. А. Алгебраические основы криптографии : учеб. пособие для студентов вузов, обучающихся по направлениям ВПО 010400 "Прикладная математика и информатика" и 010300 "Фундаментальная информатика и информ. технологии" / Э. А. Применко. - М.: URSS: Либроком, 2013. - 283 с. - (Основы защиты информации).
3. Мальцев А. И. Основы линейной алгебры: Учеб. пособие для студентов ун-тов. - 3-е изд., перераб. - М.: Наука, 1970. - 400с.
4. Проскуряков И. В. Сборник задач по линейной алгебре : учеб. пособие для студентов физ.-мат. специальностей вузов / И. В. Проскуряков. - Изд. 8-е. - М. : Юнимедиастайл : Лаб. базовых знаний, 2002. - 382 с. - (Технический университет. Математика).
5. Фомичёв, В. М. Криптографические методы защиты информации в 2 ч. Часть 1. Математические аспекты : учебник для вузов / В. М. Фомичёв, Д. А. Мельников ; под редакцией В. М. Фомичёва. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 209 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-9916-7088-3. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/536733> .
6. Фомичёв, В. М. Криптографические методы защиты информации в 2 ч. Часть 2. Системные и прикладные аспекты : учебник для вузов / В. М. Фомичёв, Д. А. Мельников ; под редакцией В. М. Фомичёва. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 245 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-9916-7090-6. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/537383> .
7. Авдошин, С.М. Дискретная математика. Модулярная алгебра, криптография, кодирование / С.М. Авдошин, А.А. Набебин. - Москва : ДМК Пресс, 2017. - 352 с. - ISBN 978-5-94074-408-3. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1027855> . – Режим доступа: по подписке.

##### Дополнительная

1. Прасолов В.В. Задачи и теоремы линейной алгебры. - М.: Наука, Физматлит, 1996. - 302 с.
2. Шевцов, Г. С. Линейная алгебра: теория и прикладные аспекты : учебное пособие / Г. С. Шевцов. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва : Магистр : ИНФРА-М, 2023. — 544 с. - ISBN 978-5-9776-0258-7. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1910872> . – Режим доступа: по подписке.

### 6.2 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет».

Дифференциальное исчисление: <http://math.ru/lib/3>

Национальная электронная библиотека (НЭБ) [www.rusneb.ru](http://www.rusneb.ru)  
 ELibrary.ru Научная электронная библиотека [www.elibrary.ru](http://www.elibrary.ru)

### 6.3 Профессиональные базы данных и информационно-справочные системы

Доступ к профессиональным базам данных: <https://liber.rsuh.ru/ru/bases>

Информационные справочные системы:

1. Консультант Плюс
2. Гарант

## **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Для обеспечения дисциплины используется материально-техническая база образовательного учреждения: учебные аудитории, оснащённые доской, компьютером или ноутбуком, проектором (стационарным или переносным) для демонстрации учебных материалов.

Состав программного обеспечения:

1. Windows
2. Microsoft Office
3. Kaspersky Endpoint Security

## **8. Обеспечение образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов**

В ходе реализации дисциплины используются следующие дополнительные методы обучения, текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в зависимости от их индивидуальных особенностей:

- для слепых и слабовидящих: лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением; письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением или могут быть заменены устным ответом; обеспечивается индивидуальное равномерное освещение не менее 300 люкс; для выполнения задания при необходимости предоставляется увеличивающее устройство; возможно также использование собственных увеличивающих устройств; письменные задания оформляются увеличенным шрифтом; экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.

- для глухих и слабослышащих: лекции оформляются в виде электронного документа, либо предоставляется звукоусиливающая аппаратура индивидуального пользования; письменные задания выполняются на компьютере в письменной форме; экзамен и зачёт проводятся в письменной форме на компьютере; возможно проведение в форме тестирования.

- для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата: лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением; письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением; экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.

При необходимости предусматривается увеличение времени для подготовки ответа.

Процедура проведения промежуточной аттестации для обучающихся устанавливается с учётом их индивидуальных психофизических особенностей. Промежуточная аттестация может проводиться в несколько этапов.

При проведении процедуры оценивания результатов обучения предусматривается использование технических средств, необходимых в связи с индивидуальными особенностями обучающихся. Эти средства могут быть предоставлены университетом, или могут использоваться собственные технические средства.

Проведение процедуры оценивания результатов обучения допускается с использованием дистанционных образовательных технологий.

Обеспечивается доступ к информационным и библиографическим ресурсам в сети Интернет для каждого обучающегося в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

- для слепых и слабовидящих: в печатной форме увеличенным шрифтом, в форме электронного документа, в форме аудиофайла.
- для глухих и слабослышащих: в печатной форме, в форме электронного документа.
- для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата: в печатной форме, в форме электронного документа, в форме аудиофайла.

Учебные аудитории для всех видов контактной и самостоятельной работы, научная библиотека и иные помещения для обучения оснащены специальным оборудованием и учебными местами с техническими средствами обучения:

- для слепых и слабовидящих: устройством для сканирования и чтения с камерой SARA SE; дисплеем Брайля PAC Mate 20; принтером Брайля EmBraille ViewPlus;
- для глухих и слабослышащих: автоматизированным рабочим местом для людей с нарушением слуха и слабослышащих; акустический усилитель и колонки;
- для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата: передвижными, регулируемые эргономическими партами СИ-1; компьютерной техникой со специальным программным обеспечением.

## 9. Методические материалы

### 9.1 Планы практических занятий

**Тема 1. Линейные операторы на кольцах многочленов от одной переменной. Предварительное алгебраическое введение.**

*Цель занятия:* Примеры различных операторов применяемых в анализе и действующих в пространстве полиномов

Форма проведения – развернутая беседа с обсуждением доклада.

*Примерные задачи для решения в аудитории из книг:*

Проскураков И В. Сборник задач по линейной алгебре : учеб. пособие для студентов физ.-мат. специальностей вузов / И. В. Проскураков. - Изд. 8-е. - М. : Юнимедиастайл : Лаб. базовых знаний, 2002. - 382 с. - (Технический университет. Математика). [4, осн. лит.];

Прасолов В.В. Задачи и теоремы линейной алгебры. - М.: Наука, Физматлит, 1996. - С.250-270, С. 363-389 [1, доп. лит.]

*Контрольные вопросы:* Основные понятия.

Список литературы:

*Основная*

1.Применко Э. А. Алгебраические основы криптографии : учеб. пособие для студентов вузов, обучающихся по направлениям ВПО 010400 "Прикладная математика и информатика" и 010300 "Фундаментальная информатика и информ. технологии" / Э. А. Применко. - М.: URSS: Либроком, 2013. - 283 с. - (Основы защиты информации).

2.Мальцев А. И. Основы линейной алгебры: Учеб. пособие для студентов ун-тов. - 3-е изд.,перераб. - М.: Наука, 1970. - 400с.

3. Проскураков И В. Сборник задач по линейной алгебре : учеб. пособие для студентов физ.-мат. специальностей вузов / И. В. Проскураков. - Изд. 8-е. - М. : Юнимедиастайл : Лаб. базовых знаний, 2002. - 382 с. - (Технический университет. Математика).

*Дополнительная*

1. Прасолов В.В. Задачи и теоремы линейной алгебры. - М.: Наука, Физматлит, 1996. - 302 с.

## Тема 2. Понижающие и повышающие операторы.

*Цель занятия:* Примеры различных операторов применяемых в анализе и действующих в пространстве полиномов

*Примерные задачи для решения в аудитории из книг:*

Проскуряков И В. Сборник задач по линейной алгебре : учеб. пособие для студентов физ.-мат. специальностей вузов / И. В. Проскуряков. - Изд. 8-е. - М. : Юнимедиастайл : Лаб. базовых знаний, 2002. - 382 с. - (Технический университет. Математика). [4, осн. лит.];

Прасолов В.В. Задачи и теоремы линейной алгебры. - М.: Наука, Физматлит, 1996. - С.350-370, С. 393 -396 [1, доп. лит.]

*Контрольные вопросы:* Основные понятия.

Список литературы:

*Основная*

1.Применко Э. А. Алгебраические основы криптографии в задачах и упражнениях: учебное пособие: для студентов, обучающихся по направлениям подготовки: "Информационная безопасность" (квалификация "бакалавр", "магистр", "специалист") / Применко Э. А., Борисов А. В.; [МГУ, Фак. вычисл. математики и кибернетики]. - Москва: Курс, 2018. - 100 с.

2.Применко Э. А. Алгебраические основы криптографии : учеб. пособие для студентов вузов, обучающихся по направлениям ВПО 010400 "Прикладная математика и информатика" и 010300 "Фундаментальная информатика и информ. технологии" / Э. А. Применко. - М.: URSS: Либроком, 2013. - 283 с. - (Основы защиты информации).

3.Мальцев А. И. Основы линейной алгебры: Учеб. пособие для студентов ун-тов. - 3-е изд., перераб. - М.: Наука, 1970. - 400с.

4. Проскуряков И В. Сборник задач по линейной алгебре : учеб. пособие для студентов физ.-мат. специальностей вузов / И. В. Проскуряков. - Изд. 8-е. - М. : Юнимедиастайл : Лаб. базовых знаний, 2002. - 382 с. - (Технический университет. Математика).

*Дополнительная*

1. Прасолов В.В. Задачи и теоремы линейной алгебры. - М.: Наука, Физматлит, 1996. - 302 с.

## Тема 3. Операторы дифференцирования.

*Цель занятия:* Примеры различных операторов применяемых в анализе и действующих в пространстве полиномов

Форма проведения – развернутая беседа с обсуждением доклада.

*Примерные задачи для решения в аудитории из книг:*

Проскуряков И В. Сборник задач по линейной алгебре : учеб. пособие для студентов физ.-мат. специальностей вузов / И. В. Проскуряков. - Изд. 8-е. - М. : Юнимедиастайл : Лаб. базовых знаний, 2002. - 382 с. - (Технический университет. Математика). [4, осн. лит.];

Прасолов В.В. Задачи и теоремы линейной алгебры. - М.: Наука, Физматлит, 1996. - С.396-400 [1, доп. лит.]

*Контрольные вопросы:* Основные понятия.

Список литературы:

*Основная*

1. Применко Э. А. Алгебраические основы криптографии : учеб. пособие для студентов вузов, обучающихся по направлениям ВПО 010400 "Прикладная математика и информатика" и 010300 "Фундаментальная информатика и информ. технологии" / Э. А. Применко. - М.: URSS: Либроком, 2013. - 283 с. - (Основы защиты информации).

2.Мальцев А. И. Основы линейной алгебры: Учеб. пособие для студентов ун-тов. - 3-е изд., перераб. - М.: Наука, 1970. - 400с.

3. Проскуряков И В. Сборник задач по линейной алгебре : учеб. пособие для студентов физ.-мат. специальностей вузов / И. В. Проскуряков. - Изд. 8-е. - М. : Юнимедиастайл : Лаб. базовых знаний, 2002. - 382 с. - (Технический университет. Математика).

*Дополнительная*

1. Прасолов В.В. Задачи и теоремы линейной алгебры. - М.: Наука, Физматлит, 1996. - 302 с.

#### **Тема 4. Теорема разложения линейных операторов. Повышающие и понижающие операторы в множестве с центральным частичным порядком.**

*Цель занятия:* Примеры различных операторов применяемых в анализе и действующих в пространстве полиномов

Форма проведения – решение типовых задач.

*Примерные задачи для решения в аудитории из книг:*

Проскуряков И В. Сборник задач по линейной алгебре : учеб. пособие для студентов физ.-мат. специальностей вузов / И. В. Проскуряков. - Изд. 8-е. - М. : Юнимедиастайл : Лаб. базовых знаний, 2002. - 382 с. - (Технический университет. Математика). [4, осн. лит.];

Прасолов В.В. Задачи и теоремы линейной алгебры. - М.: Наука, Физматлит, 1996. - С.402 - 408 [1, доп. лит.]

*Контрольные вопросы:* Основные понятия.

Список литературы:

*Основная*

1.Применко Э. А. Алгебраические основы криптографии : учеб. пособие для студентов вузов, обучающихся по направлениям ВПО 010400 "Прикладная математика и информатика" и 010300 "Фундаментальная информатика и информ. технологии" / Э. А. Применко. - М.: URSS: Либроком, 2013. - 283 с. - (Основы защиты информации).

2.Мальцев А. И. Основы линейной алгебры: Учеб. пособие для студентов ун-тов. - 3-е изд., перераб. - М.: Наука, 1970. - 400с.

3. Проскуряков И В. Сборник задач по линейной алгебре : учеб. пособие для студентов физ.-мат. специальностей вузов / И. В. Проскуряков. - Изд. 8-е. - М. : Юнимедиастайл : Лаб. базовых знаний, 2002. - 382 с. - (Технический университет. Математика).

*Дополнительная*

1. Прасолов В.В. Задачи и теоремы линейной алгебры. - М.: Наука, Физматлит, 1996. - 302 с.

#### **Тема 5. Теорема о характеристизации кольца операторов, порожденного понижающего оператора.**

*Цель занятия:* Разбор примеров из теории различных операторов из алгебры порожденной разностным оператором

Форма проведения – решение типовых задач.

*Примерные задачи для решения в аудитории из книг:*

Проскуряков И В. Сборник задач по линейной алгебре : учеб. пособие для студентов физ.-мат. специальностей вузов / И. В. Проскуряков. - Изд. 8-е. - М. : Юнимедиастайл : Лаб. базовых знаний, 2002. - 382 с. - (Технический университет. Математика). [4, осн. лит.];

Прасолов В.В. Задачи и теоремы линейной алгебры. - М.: Наука, Физматлит, 1996. - С.406 – 410 [1, доп. лит.]

*Контрольные вопросы:* Основные понятия.

Список литературы:

*Основная*

1.Применко Э. А. Алгебраические основы криптографии : учеб. пособие для студентов вузов, обучающихся по направлениям ВПО 010400 "Прикладная математика и информатика" и 010300

"Фундаментальная информатика и информ. технологии" / Э. А. Применко. - М.: URSS: Либроком, 2013. - 283 с. - (Основы защиты информации).

2. Мальцев А. И. Основы линейной алгебры: Учеб. пособие для студентов ун-тов. - 3-е изд., перераб. - М.: Наука, 1970. - 400с.

3. Проскуряков И В. Сборник задач по линейной алгебре : учеб. пособие для студентов физ.-мат. специальностей вузов / И. В. Проскуряков. - Изд. 8-е. - М. : Юнимедиастайл : Лаб. базовых знаний, 2002. - 382 с. - (Технический университет. Математика).

*Дополнительная*

1. Прасолов В.В. Задачи и теоремы линейной алгебры. - М.: Наука, Физматлит, 1996. - 302 с.

## **Тема 6. Полиномы шифры и другие специальные полиномы. Теорема о характеристизации алгебры, порожденной понижающим оператором.**

*Цель занятия:* Разбор примеров из теории различных операторов из алгебры порожденной разностным оператором

Форма проведения – решение типовых задач.

*Примерные задачи для решения в аудитории из книг:*

Проскуряков И В. Сборник задач по линейной алгебре : учеб. пособие для студентов физ.-мат. специальностей вузов / И. В. Проскуряков. - Изд. 8-е. - М. : Юнимедиастайл : Лаб. базовых знаний, 2002. - 382 с. - (Технический университет. Математика). [4, осн. лит.];

Прасолов В.В. Задачи и теоремы линейной алгебры. - М.: Наука, Физматлит, 1996. - С.428 – 440 [1, доп. лит.]

*Контрольные вопросы:* Основные понятия.

Список литературы:

*Основная*

1. Применко Э. А. Алгебраические основы криптографии : учеб. пособие для студентов вузов, обучающихся по направлениям ВПО 010400 "Прикладная математика и информатика" и 010300 "Фундаментальная информатика и информ. технологии" / Э. А. Применко. - М.: URSS: Либроком, 2013. - 283 с. - (Основы защиты информации).

2. Мальцев А. И. Основы линейной алгебры: Учеб. пособие для студентов ун-тов. - 3-е изд., перераб. - М.: Наука, 1970. - 400с.

3. Проскуряков И В. Сборник задач по линейной алгебре : учеб. пособие для студентов физ.-мат. специальностей вузов / И. В. Проскуряков. - Изд. 8-е. - М. : Юнимедиастайл : Лаб. базовых знаний, 2002. - 382 с. - (Технический университет. Математика).

*Дополнительная*

1. Прасолов В.В. Задачи и теоремы линейной алгебры. - М.: Наука, Физматлит, 1996. - 302 с.

## **Тема 7. Алгебры порожденные понижающим и повышающим оператором. Исчисление сдвиг — инвариантных операторов и его приложений.**

*Цель занятия:* Разбор примеров из теории различных операторов из алгебры порожденной разностным оператором

Форма проведения – решение типовых задач.

*Примерные задачи для решения в аудитории из книг:*

Проскуряков И В. Сборник задач по линейной алгебре : учеб. пособие для студентов физ.-мат. специальностей вузов / И. В. Проскуряков. - Изд. 8-е. - М. : Юнимедиастайл : Лаб. базовых знаний, 2002. - 382 с. - (Технический университет. Математика). [4, осн. лит.];

Прасолов В.В. Задачи и теоремы линейной алгебры. - М.: Наука, Физматлит, 1996. - С.446 -460, 472 -490 [1, доп. лит.]

*Контрольные вопросы:* Основные понятия.

Список литературы:

*Основная*

1. Применко Э. А. Алгебраические основы криптографии : учеб. пособие для студентов вузов, обучающихся по направлениям ВПО 010400 "Прикладная математика и информатика" и 010300 "Фундаментальная информатика и информ. технологии" / Э. А. Применко. - М.: URSS: Либроком, 2013. - 283 с. - (Основы защиты информации).
2. Мальцев А. И. Основы линейной алгебры: Учеб. пособие для студентов ун-тов. - 3-е изд., перераб. - М.: Наука, 1970. - 400с.
3. Проскуряков И В. Сборник задач по линейной алгебре : учеб. пособие для студентов физ.-мат. специальностей вузов / И. В. Проскуряков. - Изд. 8-е. - М. : Юнимедиастайл : Лаб. базовых знаний, 2002. - 382 с. - (Технический университет. Математика).

*Дополнительная*

1. Прасолов В.В. Задачи и теоремы линейной алгебры. - М.: Наука, Физматлит, 1996. - 302 с.

## **Тема 8. Приложения к анализу. Теория операторов разделенной разности. $q$ -анализ.**

*Цель занятия:* Разбор примеров операторов важных для анализа, принадлежащих алгебре операторов разделенной разности, примеров  $q$ -полином  $q$ -специальных функций Форма проведения – решение типовых задач.

*Примерные задачи для решения в аудитории из книг:*

Проскуряков И В. Сборник задач по линейной алгебре : учеб. пособие для студентов физ.-мат. специальностей вузов / И. В. Проскуряков. - Изд. 8-е. - М. : Юнимедиастайл : Лаб. базовых знаний, 2002. - 382 с. - (Технический университет. Математика). [4, осн. лит.];

Прасолов В.В. Задачи и теоремы линейной алгебры. - М.: Наука, Физматлит, 1996. - С. 496 -505 [1, доп. лит.]

*Контрольные вопросы:* Основные понятия.

Список литературы:

*Основная*

1. Применко Э. А. Алгебраические основы криптографии : учеб. пособие для студентов вузов, обучающихся по направлениям ВПО 010400 "Прикладная математика и информатика" и 010300 "Фундаментальная информатика и информ. технологии" / Э. А. Применко. - М.: URSS: Либроком, 2013. - 283 с. - (Основы защиты информации).
2. Мальцев А. И. Основы линейной алгебры: Учеб. пособие для студентов ун-тов. - 3-е изд., перераб. - М.: Наука, 1970. - 400с.
3. Проскуряков И В. Сборник задач по линейной алгебре : учеб. пособие для студентов физ.-мат. специальностей вузов / И. В. Проскуряков. - Изд. 8-е. - М. : Юнимедиастайл : Лаб. базовых знаний, 2002. - 382 с. - (Технический университет. Математика).

*Дополнительная*

1. Прасолов В.В. Задачи и теоремы линейной алгебры. - М.: Наука, Физматлит, 1996. - 302 с.

## **9.2 Методические рекомендации по подготовке письменных работ**

Требования к подготовке и содержанию письменных работ (реферата, доклада):

1. Соответствие содержания теме и плану работы.
2. Полнота и глубина раскрытия основных понятий проблемы.
3. Достаточность фактов, позволяющих проиллюстрировать актуальность избранной проблемы, способы ее решения.
4. Работа с литературой, систематизация и структурирование материала.
5. Обобщение и сопоставление различных точек зрения по рассматриваемому вопросу.
6. Наличие и четкость выводов, резюме.



## АННОТАЦИЯ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина «Введение в некоммутативный анализ и его приложения» реализуется на факультете информационных систем и безопасности кафедрой фундаментальной и прикладной математики.

Цель дисциплины: ознакомление студентов с различными направлениями и методологией классической математики; обучение их теории и практике применения методов нестандартного анализа в классической математике.

Задачи: изучение конечного операторного исчисления G.C. Rota, которое объясняет с алгебраической точки зрения многие вопросы анализа, рассмотрение обобщения этой концепции на конечномерный случай и, в частности, возможности представлений алгебр линейных операторов различными алгебраическими конструкциями (в отличие от матричной алгебры).

Дисциплина направлена на формирование следующих компетенций:

- ПК-2. Способен выделять, формулировать возникающие в результате самостоятельной научной деятельности или деятельности научных, производственных, административных учреждений задачи или подзадачи для решения текущих проблем.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

*Знать:* основные алгебраические тождества и алгебраические методы;

*Уметь:* применять операторный метод к исследованию конкретных математических проблем и приложений;

*Владеть:* навыками работы с современной математической литературой.

По дисциплине предусмотрена промежуточная аттестация в форме экзамена.

Общая трудоемкость освоения дисциплины составляет 3 зачетные единицы.

## Приложение 2

**ЛИСТ ИЗМЕНЕНИЙ<sup>1</sup>**

№	Текст актуализации или прилагаемый к РПД документ, содержащий изменения	Дата	№ протокола

---

<sup>1</sup> Для ОП ВО магистратуры изменения только за 2020 г.